Uitwerkingen § 1

Opgave 1

$\Delta p = \rho \cdot g \cdot \Delta h$

Opgave 2

Want gassen zijn samendrukbaar. Dan is de dichtheid (ρ) niet constant terwijl de formule daar wel vanuit gaat.

Als de hoogteverschillen kleiner blijven dan 100 m kunnen we de formule (bij benadering) gebruiken.

Opgave 3

$\Delta p = \rho \cdot g \cdot \Delta h = 1{,}3\ \text{kg/m}^3 \cdot 9{,}8\ \text{N/kg} \cdot 60\ \text{m} = 764\ \text{Pa}$

Opgave 4

$\Delta p = \rho \cdot g \cdot \Delta h = 720\ \text{kg/m}^3 \cdot 9{,}8\ \text{N/kg} \cdot 2{,}0\ \text{m} = 14112\ \text{Pa}$

$p_{bodem} = p_{lucht} + \Delta p = 105000\ \text{Pa} + 14112\ \text{Pa} = 119112\ \text{Pa}$

Opgave 5

a.

Bij een kleinere luchtdruk is het hoogteverschil ook kleiner.

b.

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{\rho \cdot g} = \frac{101300\ \text{Pa}}{13500\ \text{kg/m}^3 \cdot 9{,}8\ \text{N/kg}} = 0{,}76\ \text{m} = 76\ \text{cm}$$

Opgave 6

Het verschil in waterhoogte tussen beide buizen is 5 cm. Dus geldt:

$\Delta p = \rho \cdot g \cdot \Delta h = 1000\ \text{kg/m}^3 \cdot 9{,}8\ \text{N/kg} \cdot 0{,}05\ \text{m} = 490\ \text{Pa}$

Opgave 7

$\Delta p = 100000\ \text{Pa} - 98000\ \text{Pa} = 2000\ \text{Pa}$

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{\rho \cdot g} = \frac{2000\ \text{Pa}}{800\ \text{kg/m}^3 \cdot 9{,}8\ \text{N/kg}} = 0{,}26\ \text{m} = 26\ \text{cm}$$

Opgave 8

Bereken eerst de drukbijdrage van het water.

$\Delta h = 40\text{ cm} - 21\text{cm} = 19\text{ cm} = 0{,}19\text{ m}$

$\Delta p = \rho \cdot g \cdot \Delta h = 1000\text{ kg/m}^3 \cdot 9{,}8\text{ N/kg} \cdot 0{,}19\text{ m} = 1862\text{ Pa}$

Bereken nu met hoeveel centimeter tetra dit overeen komt.

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{\rho \cdot g} = \frac{1862\text{ Pa}}{1590\text{ kg/m}^3 \cdot 9{,}8\text{ N/kg}} = 0{,}12\text{ m} = 12\text{ cm}$$

Dus de hoogte van het tetraniveau in het rechter been is 21 cm + 12 cm = 33 cm

Uitwerkingen § 2

Opgave 1
kleinst

Opgave 2
$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho \cdot \left(v_g^2 - v_k^2\right)$$

Opgave 3
Omdat de lucht langs de bovenkant van de vleugel sneller stroomt dan langs de onderkant. Dus is de druk aan de bovenkant kleiner.

Opgave 4
De lucht stroomt met een grote snelheid uit het horizontale pijpje. De druk boven het verticale pijpje is dus kleiner geworden. Daarom gaat de vloeistof omhoog.

Opgave 5
a.
$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho \cdot \left(v_g^2 - v_k^2\right) = \frac{1}{2} \cdot 720 \cdot \left(1{,}4^2 - 0{,}3^2\right) = 673\ \text{Pa}$$
b.
$$p_{vernauwing} = p_{bredebuis} - \Delta p = 70000\ \text{Pa} - 673\ \text{Pa} = 69327\ \text{Pa}$$

Opgave 6
$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho \cdot \left(v_g^2 - v_k^2\right) = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot \left(850^2 - 0{,}0007^2\right) = 361250000\ \text{Pa} = 3613\ \text{bar}$$

Opgave 7
a.
A en B liggen op dezelfde stroombaan.
A en D liggen op verschillende stroombanen.
b.
Drukafname aan de bovenkant van de vleugel:
$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho \cdot \left(v_B^2 - v_A^2\right) = \frac{1}{2}\cdot 1{,}3 \cdot \left(55^2 - 50^2\right) = 341\,\mathrm{Pa}$$
c.
Drukafname aan de onderkant van de vleugel:
$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho \cdot \left(v_D^2 - v_C^2\right) = \frac{1}{2}\cdot 1{,}3 \cdot \left(51^2 - 50^2\right) = 66\,\mathrm{Pa}$$
d.
Drukverschil tussen de bovenkant en onderkant van de vleugel is:
341 Pa – 66 Pa = 275 Pa.
e.
$$F = \Delta p \cdot A = 275\,\mathrm{Pa} \cdot 5\,\mathrm{m}^2 = 1375\,\mathrm{N}$$

Opgave 8
Eerst het drukverschil tussen de beide openingen van de U-buis uitrekenen.
$$\Delta p = \rho \cdot g \cdot \Delta h = 800\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 9{,}8\,\mathrm{N/kg} \cdot 0{,}01\,\mathrm{m} = 78{,}4\,\mathrm{Pa}$$

Nu de snelheid v van het aardgas bij de linker opening van de U-buis berekenen.
$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho \cdot \left(v_g^2 - v_k^2\right) \Rightarrow 78{,}4 = \frac{1}{2}\cdot 0{,}833 \cdot \left(\mathrm{v}^2 - 0^2\right) \Rightarrow \mathrm{v} = 13{,}7\,\mathrm{m/s}$$

Uitwerkingen § 3

<u>Opgave 1</u>

$\Delta p_h = \rho \cdot g \cdot \Delta h = 1000\,\text{kg/m}^3 \cdot 9{,}8\,\text{N/kg} \cdot 2\,\text{m} = 19600\,\text{Pa}$

$\Delta p_v = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_g^2 - v_k^2) = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot (4^2 - 0{,}4^2) = 7920\,\text{Pa}$

In deze situatie is de stroomsnelheid in het laagste punt het kleinst.
Daarom moeten Δp_h en Δp_v bij elkaar worden opgeteld.
Voor het uiteindelijke drukverschil geldt dus:

$\Delta p = \Delta p_h + \Delta p_v = 19600\,\text{Pa} + 7920\,\text{Pa} = 27520\,\text{Pa}$

<u>Opgave 2</u>

$\Delta p_h = \rho \cdot g \cdot \Delta h = 1000\,\text{kg/m}^3 \cdot 9{,}8\,\text{N/kg} \cdot 0{,}8\,\text{m} = 7840\,\text{Pa}$

$\Delta p_v = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_g^2 - v_k^2) = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot (3^2 - 1^2) = 4000\,\text{Pa}$

In deze situatie is de stroomsnelheid in het laagste punt (punt 1) het grootst.
Daarom moeten Δp_h en Δp_v van elkaar worden afgetrokken.
Voor het uiteindelijke drukverschil geldt dus:

$\Delta p = \Delta p_h - \Delta p_v = 7840\,\text{Pa} - 4000\,\text{Pa} = 3840\,\text{Pa}$

De druk is het grootst in punt 1, omdat het drukverschil door de zwaartekracht (7840 Pa) groter is dan het drukverschil dat te maken heeft met verschillen in stroomsnelheid (4000 Pa).

<u>Opgave 3</u>

$\Delta p_h = \Delta p_v$

$\rho \cdot g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_g^2 - v_k^2)$

$1000 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}50 = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot (v_g^2 - 0^2)$

$v_g = 3{,}1\,\text{m/s}$

Opgave 4

Omdat de druk in de punten 1 en 2 gelijk is geldt weer: $\Delta p_h = \Delta p_v$

En dus: $\rho \cdot g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_g^2 - v_k^2)$

Als de daalsnelheid verwaarloosbaar is wordt dit: $\rho \cdot g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_g^2$

Eventueel kunnen we het linker en het rechter lid nog delen door ρ.

We krijgen dan: $g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} \cdot v_g^2$

Als de afvoerpijp langer wordt, wordt Δh groter. Uit de laatste vergelijking volgt dan dat v_g (de afvoersnelheid dus) ook groter wordt.